

### 1. Datos Generales de la asignatura

|                                 |                    |
|---------------------------------|--------------------|
| <b>Nombre de la asignatura:</b> | Cálculo Integral   |
| <b>Clave de la asignatura:</b>  | ACF – 0902         |
| <b>SATCA<sup>1</sup>:</b>       | 3-2-5              |
| <b>Carrera:</b>                 | Todas las Carreras |

### 2. Presentación

#### Caracterización de la asignatura

La asignatura contribuye a desarrollar un pensamiento lógico-matemático al perfil del ingeniero y aporta las herramientas básicas para desarrollar el estudio del cálculo integral y sus aplicaciones. Además, proporciona herramientas que permiten modelar fenómenos de contexto.

Cálculo Integral requiere como competencia previa todos los temas de Cálculo Diferencial y a su vez proporciona las bases para el desarrollo de las competencias del Cálculo Vectorial y Ecuaciones Diferenciales y asignaturas de física y ciencias de la ingeniería, por lo que se pueden diseñar proyectos integradores con cualquiera de ellas.

La característica más sobresaliente de esta asignatura es que en ella se estudian las bases sobre las que se construye el cálculo integral. Utilizando las definiciones de suma de Riemann, integral definida para el cálculo de áreas. Para integral indefinida se consideran los métodos de integración como parte fundamental del curso. La integral es tema de trascendental importancia en las aplicaciones de la ingeniería.

#### Intención didáctica

La asignatura de Cálculo Integral se organiza en cuatro temas.

En el primer tema se inicia con el concepto del cálculo de áreas mediante sumas de Riemann como una aproximación a ella. Se incluye la notación sumatoria para que el alumno la maneje. La función primitiva (antiderivada) se define junto con el Teorema de Valor Intermedio y el primer y segundo Teorema Fundamental del Cálculo. Se estudia la integral definida antes de la indefinida puesto que aquella puede ser abordada a partir del acto concreto de medir áreas.

En el segundo tema se estudia la integral indefinida y los métodos de integración principales. Se remarca la importancia de este tema para desarrollar con detalle cada uno de los métodos y considerar esto para la evaluación.

El tercer tema de aplicaciones de la integral se trata del cálculo de áreas, volúmenes y longitud de arco. Otras aplicaciones de utilidad que se pueden abordar son los centroides, áreas de superficie, trabajo, etc. En el cálculo de áreas se considerarán además aquellas que requieren el uso de integrales impropias de ambos tipos. Todo lo anterior aplicado en el contexto de las ingenierías.

<sup>1</sup> Sistema de Asignación y Transferencia de Créditos Académicos

En el último tema de series se inicia con el concepto de sucesiones y series para analizar la convergencia de algunas series que se utilizan para resolver ciertas integrales. La serie de Taylor permite derivar e integrar una función como una serie de potencias.

El estudiante debe desarrollar la habilidad para modelar situaciones cotidianas en su entorno. Es importante que el estudiante valore las actividades que realiza, que desarrolle hábitos de estudio y de trabajo para que adquiera características tales como: la curiosidad, la puntualidad, el entusiasmo, el interés, la tenacidad, la flexibilidad y la autonomía.

El Cálculo Integral contribuye principalmente para el desarrollo de las siguientes competencias genéricas: de capacidad de abstracción, análisis y síntesis, capacidad para identificar, plantear y resolver problemas, habilidad para trabajar en forma autónoma, habilidades en el uso de las TIC's, capacidad crítica y autocrítica y la capacidad de trabajo en equipo.

El docente de Cálculo Integral debe mostrar y objetivar su conocimiento y experiencia en el área para construir escenarios de aprendizaje significativo en los estudiantes que inician su formación profesional. El docente enfatiza el desarrollo de las actividades de aprendizaje de esta asignatura a fin de que ellas refuercen los aspectos formativos: incentivar la curiosidad, el entusiasmo, la puntualidad, la constancia, el interés por aprender, el respeto y la tolerancia hacia sus compañeros y docentes, e sus ideas...

### 3. Participantes en el diseño y seguimiento curricular del programa

| Lugar y fecha de elaboración o revisión                                  | Participantes  | Evento  |
|--|--|---|
| <p>Instituto Tecnológico de Matamoros, del 9 al 13 de marzo de 2009.</p> | <p>Representantes de los Institutos Tecnológicos de: Aguascalientes, Apizaco, Chihuahua, Chihuahua II, Celaya, Durango, El Salto, Irapuato, León, Matamoros, Mérida, Mexicali, Milpa Alta, Minatitlán, Querétaro, San Luis Potosí, Saltillo, Santiago Papasquiario, Toluca, Veracruz, Villahermosa, Zacatecas Occidente y Zitácuaro.</p> | <p>Reunión Nacional de Diseño de Asignaturas Comunes para el Desarrollo de Competencias Profesionales de las Carreras del SNEST.</p>                            |
| <p>Instituto Tecnológico de Puebla del 8 al 12 de junio de 2009</p>      | <p>Representantes de los Institutos Tecnológicos de: Aguascalientes, Apizaco, Chihuahua, Chihuahua II, Celaya, Durango, El Salto, Irapuato, León, Matamoros, Mérida, Mexicali, Milpa</p>   | <p>Reunión Nacional de Diseño e Innovación Curricular para el Desarrollo y Formación de Competencias Profesionales de las Carreras de Ingeniería en Gestión</p> |

|  |   |   |
|--|---|---|
|  | Alta, Minatitlán, Querétaro, San Luis Potosí, Saltillo, Santiago Papasquiario, Toluca, Veracruz, Villahermosa, Zacatecas Occidente y Zitácuaro.   | Empresarial, Ingeniería en Logística, Ingeniería en Nanotecnología y Asignaturas Comunes.                                   |
| Instituto Tecnológico de Hermosillo, del 28 al 31 de agosto de 2012. | Representantes de los Institutos Tecnológicos de: Acayucan, Aguascalientes, Altiplano de Tlaxcala, Apizaco, Cd. Cuauhtémoc, Cd. Juárez, Cd. Madero, Celaya, Chetumal, Coatzacoalcos, Cuautitlán Izcalli, Delicias, Hermosillo, Iguala, Irapuato, Jilotepec, León, Lerdo, Libres, Los Ríos, Matamoros, Minatitlán, Mulegé, Nuevo Casas Grandes, Nuevo Laredo, Orizaba, Pabellón de Arteaga, Puerto Vallarta, Saltillo, San Luis Potosí, Santiago Papasquiario, Sinaloa de Leyva, Tapachula, Teposcolula, Teziutlán, Tijuana, Tláhuac, Tláhuac II, Toluca, Valle del Yaqui, Veracruz, Zacatecas Norte, Zacapoaxtla y Zitácuaro. | Reunión Nacional de Seguimiento Curricular de Asignaturas Comunes del SNEST.  |
| Instituto Tecnológico de Toluca, del 10 al 13 de febrero de 2014.    | Representantes de los Institutos Tecnológicos de: Cd. Madero, Culiacán, Durango, Hermosillo, Matamoros, Mulegé, Orizaba, Pachuca, Roque, San Luis Potosí, Santiago Papasquiario, Toluca y Zitácuaro.  | Reunión de Seguimiento Curricular de los Programas Educativos de Ingenierías, Licenciaturas y Asignaturas Comunes del SNIT. |

#### 4. Competencia a desarrollar

Competencia matemática 1.1

Aplica la definición de integral y las técnicas de integración para resolver problemas de

## 5. Competencias previas

Plantea y resuelve problemas utilizando las definiciones de límite y derivada de funciones

## 6. Temario

| No. | Temas   | Subtemas  |
|-----|---|---|
| 1   | Teorema fundamental del cálculo.              | 1.1 Medición aproximada de figuras amorfas.<br>1.2 Notación sumatoria.<br>1.3 Sumas de Riemann.<br>1.4 Definición de integral definida.<br>1.5 Teorema de existencia.<br>1.6 Propiedades de la integral definida.<br>1.7 Función primitiva.<br>1.8 Teorema del valor intermedio.<br>1.9 Teorema fundamental del cálculo.<br>1.10 Cálculo de integrales definidas básicas. |
| 2   | Métodos de integración e integral indefinida. | 2.1 Definición de integral indefinida.<br>2.2 Propiedades de integrales indefinidas<br>2.3 Cálculo de integrales indefinidas.<br>2.3.1 Directas.<br>2.3.2 Cambio de variable.<br>2.3.3 Por partes.<br>2.3.4 Trigonométricas.<br>2.3.5 Sustitución trigonométrica.<br>2.3.6 Fracciones parciales.  |
| 3   | Aplicaciones de la integral.                  | 3.1 Áreas.<br>3.1.1 Área bajo la gráfica de una función.<br>3.1.2 Área entre las gráficas de funciones.<br>3.2 Longitud de curvas.<br>3.3 Cálculo de volúmenes de sólidos de revolución.<br>3.4 Integrales impropias.<br>3.5 Aplicaciones.  |
| 4   | Series.                                       | 4.1 Definición de sucesión.<br>4.2 Definición de serie.<br>4.2.1 Finita<br>4.2.2 Infinita<br>4.3 Serie numérica y convergencia. Criterio de la razón. Criterio de la raíz. Criterio de la integral.<br>4.4 Series de potencias.<br>4.5 Radio de convergencia.<br>4.6 Serie de Taylor.<br>4.7 Representación de funciones mediante la                                      |

|  |   |
|--|---|
|  | serie de Taylor.<br>4.8 Cálculo de integrales de funciones expresadas como serie de Taylor. |
|--|---|

## 7. Actividades de aprendizaje de los temas

| <b>1. Teorema fundamental del cálculo.</b>   |  |
|--|--|
| <b>Competencias</b>  | <b>Actividades de aprendizaje</b>  |
| <p><b>Competencias específicas:</b><br/>Comprende los dos teoremas fundamentales del cálculo para establecer la relación entre cálculo diferencial y cálculo integral.<br/>Aplica los teoremas y las propiedades de la integral para evaluar integrales definidas.</p> <p><b>Competencias genéricas:</b> Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.</p> | <p>Buscar información sobre el desarrollo histórico del cálculo integral.<br/>Calcular áreas aproximadas de funciones simples.<br/>Calcular sumas de Riemann utilizando TIC's.<br/>Aplicar el teorema del valor intermedio y el teorema fundamental del cálculo para evaluar integrales definidas.<br/>Calcular integrales definidas diversas y asociar cada integral con su interpretación geométrica.</p>  |
| <b>2. Métodos de integración e integral indefinida.</b>  |  |
| <b>Competencias</b>  | <b>Actividades de aprendizaje</b>  |
| <p><b>Competencias específicas:</b><br/>Identifica el método de integración más adecuado para resolver una integral indefinida.</p> <p><b>Competencias genéricas:</b> Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.</p>  | <p>Encontrar la función primitiva de una función dada y graficar una familia de funciones considerando distintos valores de la constante de integración.<br/>Presentar un grupo de integrales para seleccionar el método de solución más adecuado y resolver.<br/>Resolver integrales que no pueden resolverse de forma directa (trigonométricas, algebraicas, exponenciales, logarítmicas, etc.).<br/>Resolver integrales indefinidas utilizando TIC's.</p> |
| <b>3. Aplicaciones de la integral.</b>   |  |
| <b>Competencias</b>  | <b>Actividades de aprendizaje</b>  |
| <p><b>Competencias específicas:</b><br/>Utiliza las definiciones de integral y las técnicas de integración para la solución de problemas geométricos y aplicados en la ingeniería.</p> <p><b>Competencias genéricas:</b> Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y</p>   | <p>Plantear la integral que resuelva el cálculo del área delimitada por una función.<br/>Calcular áreas con el uso de TIC's.<br/>Calcular áreas bajo la curva de funciones discontinuas utilizando la integral impropia.<br/>Investigar aplicaciones de la integral en asignaturas subsecuentes.</p>   |

|  |   |
|--|---|
| actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.  | Participar en una plenaria en la que se intercambien los productos de la recopilación.  |
| <b>4. Series.</b>  |   |
| <b>Competencias</b>  | <b>Actividades de aprendizaje</b>   |
| <p><b>Competencias específicas:</b><br/>Aplica series para aproximar la solución de integrales especiales.</p> <p><b>Competencias genéricas:</b> Capacidad de abstracción, análisis y síntesis. Capacidad para identificar, plantear y resolver problemas. Capacidad de aprender y actualizarse permanentemente. Capacidad de trabajo en equipo.</p> | <p>Buscar información sobre situaciones reales donde aparecen las sucesiones.<br/>Analizar por equipos los conceptos de serie finita e infinita, convergencia y divergencia.<br/>Analizar por equipos los conceptos de: serie de potencias; intervalo y el radio de convergencia de diversas series.<br/>Buscar series en distintos campos de la ciencia registrando la serie y el contexto en el que tiene aplicación.<br/>Participar en una plenaria en la que se intercambien los productos de la búsqueda.<br/>Buscar información el origen de la serie de Taylor y la serie de Maclaurin.<br/>Comentar en plenaria los productos de la investigación.<br/>Encontrar la serie de Taylor de diversas funciones propuestas.<br/>Representar funciones como una serie de Taylor usando TIC's.<br/>Resolver integrales mediante una representación por serie de Taylor.</p> |

## 8. Práctica(s)

- Aproximar el área bajo la curva por medio de sumas de Riemann usando TIC's.
- Crear y modelar un prototipo didáctico para el cálculo de volúmenes (figuras simples: conos, vasos, cilindros circular recto).
- Resolver integrales utilizando TIC's.
- Identificar situaciones reales donde se pueda utilizar la definición de integral. Calcular el área bajo la curva y el área entre curvas utilizando TIC's.
- Mediante un modelo físico representar la definición de serie.

TIC's sugeridas a utilizar: Sistemas Analógicos Computarizados (SAC) como

## 9. Proyecto de asignatura

El objetivo del proyecto que planteé el docente que imparta esta asignatura, es demostrar el desarrollo y alcance de la(s) competencia(s) de la asignatura, considerando las

- **Fundamentación:** marco referencial (teórico, conceptual, contextual, legal) en el cual se fundamenta el proyecto de acuerdo con un diagnóstico realizado, mismo que permite a los estudiantes lograr la comprensión de la realidad o situación objeto de estudio para definir un proceso de intervención o hacer el diseño de un modelo.
- **Planeación:** con base en el diagnóstico en esta fase se realiza el diseño del proyecto por parte de los estudiantes con asesoría del docente; implica planificar un proceso: de intervención empresarial, social o comunitario, el diseño de un modelo, entre otros, según el tipo de proyecto, las actividades a realizar los recursos requeridos y el cronograma de trabajo.
- **Ejecución:** consiste en el desarrollo de la planeación del proyecto realizada por parte de los estudiantes con asesoría del docente, es decir en la intervención (social, empresarial), o construcción del modelo propuesto según el tipo de proyecto, es la fase de mayor duración que implica el desempeño de las competencias genéricas y específicas a desarrollar.
- **Evaluación:** es la fase final que aplica un juicio de valor en el contexto laboral-profesión, social e investigativo, ésta se debe realizar a través del reconocimiento de logros y aspectos a mejorar se estará promoviendo el concepto de “evaluación para la mejora continua”, la meta cognición, el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo

## 10. Evaluación por competencias

Las técnicas, herramientas y/o instrumentos sugeridos que permiten obtener el producto del desarrollo las actividades de aprendizaje: mapas conceptuales, reportes de prácticas, estudios de casos, exposiciones en clase, ensayos, problemarios, reportes de visitas, portafolio de evidencias, exámenes, proyecto de asignatura o integrador y cuestionarios.

Las técnicas, herramientas y/o instrumentos sugeridos que permitan constatar el logro o desempeño de las competencias del estudiante: listas de cotejo, listas de verificación,

## 11. Fuentes de información

Textos:

- Anton H. (2009). *Cálculo de una variable: trascendentes tempranas*. (2ª. Ed.). México. Limusa.
- Ayres, F. (2010). *Cálculo*. (5ª. Ed.). México. McGraw-Hill.
- Larson, R., Edwards, B. H. (2010). *Cálculo I : de una variable*. (9ª. Ed.). México. McGraw Hill.
- Larson, R. (2009). *Matemáticas 2 : Cálculo Integral*. México. McGraw Hill.
- Leithold, L. (2009). *El Cálculo con Geometría Analítica*. (7ª. Ed.). México. Oxford University Press.
- Stewart, J. (2013). *Cálculo de una variable: trascendentes tempranas*. (7ª. Ed.). México. Cengage Learning.
- Thomas, G. B. (2012). *Cálculo de una variable con código de acceso MyMathlab*. (12ª. Ed.). México. Pearson.



Ed.). México. Mc Graw Hill.

Zill, D. Wright, W. (2011). *Matemáticas 2 : Cálculo integral*. (4ª. Ed.). México. Mc Graw Hill.

Recursos en Internet:

Seeburger, Paul (2007). *Figure 5.4.9 - Example 6 (Numerical Approximations of Area)*. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5\\_4\\_9/riemann5\\_4\\_9.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5_4_9/riemann5_4_9.htm).

Seeburger, Paul (2007). *Numerical Approximations of Area*. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5\\_4\\_7/figure5\\_4\\_7.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5_4_7/figure5_4_7.htm).

Seeburger, Paul (2007). *The Rectangle Method for Finding Area*. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5\\_1\\_4/figure5\\_1\\_4.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch5/figure5_1_4/figure5_1_4.htm).

Seeburger, Paul (2007). *Section 6.2 - Solids by Washers*. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch6/figure6\\_2\\_13/figure6\\_2\\_13.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch6/figure6_2_13/figure6_2_13.htm).

Seeburger, Paul (2007). *Section 6.3 - Volumes by Cylindrical Shells*. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch6/figure6\\_3\\_7/figure6\\_3\\_7.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch6/figure6_3_7/figure6_3_7.htm).

Seeburger, Paul (2007). *Section 9.7 - Maclaurin Polynomials - Figure 9.7.3*. Consultado en 02,11,2014 en [http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch9/figure9\\_7\\_3/figure9\\_7\\_3.htm](http://higheredbcs.wiley.com/legacy/college/anton/0470183454/applets/ch9/figure9_7_3/figure9_7_3.htm).